

学校名		氏名	解答例
-----	--	----	-----

【1】 A君、B君、C君が100m走の記録（秒数）を取りました。

A君とB君の記録の和はC君の記録の3倍でした。

A君とC君の記録の和はB君の記録の2倍でした。

問1：3人の記録の比を求めなさい。（回答例 A : B : C = 1 : 2 : 3）

A : B : C = 5 : 4 : 3

A君、B君、C君の記録を 各々A、B、Cとおくと、		B = 3(2B - 1) - 1 B = 4 / 5
$\begin{cases} A + B = 3C \\ A + C = 2B \end{cases}$		C = 2 · 4 / 5 - 1 C = 3 / 5
A = 1とすると、		よって、A : B : C = 5 : 4 : 3
$\begin{cases} 1 + B = 3C \\ 1 + C = 2B \end{cases}$		

問2：3人の速さの比を整数で求めなさい。

a : b : c = 12 : 15 : 20

A君、B君、C君の速さを 各々a、b、cとおくと、		よって、 a : b : c = 1 / 5 : 1 / 4 : 1 / 3 = 12 : 15 : 20
a = 100 / A		
b = 100 / B		
c = 100 / C		

【2】 次の計算をしなさい。

(1) $19999 \times 29999 = 599950001$

10000 = Aとすると、 (2A - 1)(3A - 1) = 6A ² - 5A + 1		= A(6A - 5) + 1 = A(60000 - 5) + 1 = 10000 × 59995 + 1 = 599950001
--	--	---

(2) $30001 \times 29999 = 899999999$

10000 = Aとすると、 (3A + 1)(3A - 1) = (3A) ² - 1		= 9A ² - 1 = 900000000 - 1 = 899999999
---	--	---

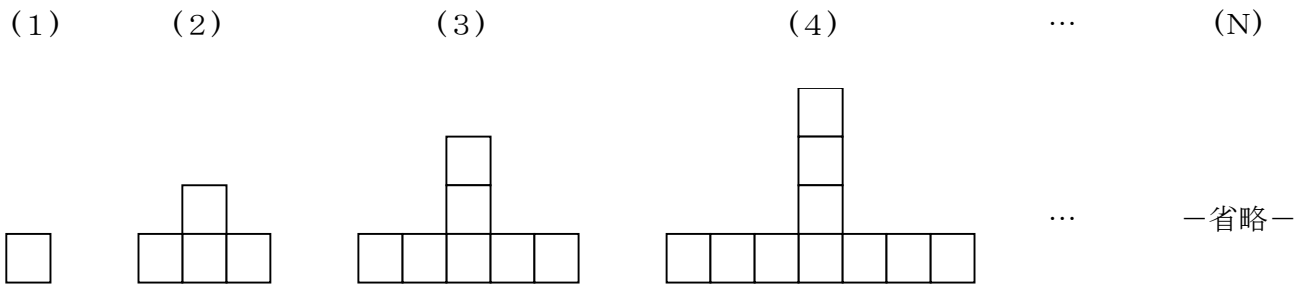
(3) $1 + 2 + 3 + \dots + 99 = 4950$

$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$		n = 99とすると、 $\frac{99 \cdot 100}{2} = 4950$
-------------------------------------	--	--

(4) $1 + 3 + 5 + \dots + 99 = 2500$

$\sum_{k=1}^n (2k - 1) = 2 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - 1 \cdot n$		= 50(51 - 1) = 2500
n = 50とすると、 $2 \cdot \frac{50 \cdot 51}{2} - 50$		

【3】下図のように図形がN個並んでいます。



問1：左からn個目の図形の の数を求めなさい。

$3n - 2$

数列として考えると、 $a_1 = 1$ $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot 3$ $= 3n - 2$
--

問2：右からn個目の図形の の数を求めなさい。

$3(N - n) + 1$

右からn番目は左から $N - (n - 1)$ 番目であるので、 $a_{N-n} = 3(N - (n - 1)) - 2$ $= 3(N - n) + 1$

【4】左の表に右の式が対応しています。例にならって(1)(2)の式を完成させなさい。

(例)

a \ b	1	2	3
1	0	-1	-2
2	1	0	-1

$$: f(a, b) = a - b$$

(1)

a \ b	1	2	3
1	1	4	7
2	-1	2	5

$$: f(a, b) = -2a + 3b$$

(2)

a \ b	1	2	3
1	0	1	4
2	1	0	1

$$: f(a, b) = (a - b)^2$$

(3)

a \ b	1	2	3
1	0	-3	-8
2	3	0	-5

$$: f(a, b) = a^2 - b^2$$

【5】南北800m、東西1200mの長方形の土地があります。

土地の南西端を起点、北東端を終点とします。

起点から東西・南北とも10m毎に杭を打ちます。杭は境界を含めた土地全体に打つこととします。

また、起点と終点を結ぶ直線を分割線とし、土地を北西部と南東部に分けます。

なお、北西部、南東部に分割線は含まないものとします。

問1：起点から東へ700m、北へ500mの地点にある杭は、北西部／南東部どちらに含まれるか求めなさい。

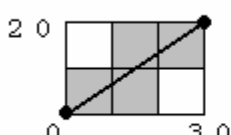
北西部

グラフで考えると、
分割線は次のように表せる
 $y = \frac{2}{3}x$ ($0 \leq x \leq 1200, 0 \leq y \leq 800$)

いま、 $x = 700$ を代入すると、
 $y = 2 \cdot 700 / 3 = 466.66... < 500$
即ち、点(700, 500)は分割線より上(北)にある
∴北西部

問2：4本の杭で囲まれた10m四方を小区画として、分割線により北西部と南東部に分けられる小区画の数を求めなさい。

160



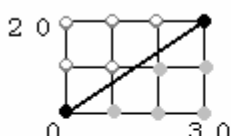
分割線は、左図のように $x = 30a$ (a は整数で、 $0 \leq a \leq 40$)
のときに杭があたり、一つ前の杭とあたる点の間で
4つの小区画を北西部と南東部に分ける。
よって、求める数は次の式で求められる。
 $4 \times 1200 / 30 = 160$

問3：北西部、南東部、分割線上、各々の杭の本数を求めなさい。

北西部：4880

南西部：4880

分割線上：41



分割線上の杭の数は、
 $1200 / 30 + 1 = 41$

北西部、南東部の杭の数は、
杭の全数から分割線上の杭の数を引いて2で割ることで
求まる

杭の全数： $(1200 / 10 + 1) \times (800 / 10 + 1)$
 $= 9801$
より、 $(9801 - 41) / 2 = 4880$